

ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΕΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ ΣΕ ΡΑΔΙΟΓΑΛΑΞΙΕΣ;

Αντώνιος Αναστ. Αντωνίου
Αγγελέτου 4
34100 Χαλκίδα
Τηλ.: (22210) 82185
e-mail: ananton@phys.uoa.gr

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία αναπτύσσεται ένα σχετικά απλό και λειτουργικό μαθηματικό μοντέλο, το οποίο περιγράφει με σαφήνεια το γεγονός ότι σε μερικούς ραδιογαλαξίες έχουν καταμετρηθεί ταχύτητες του εκτοξευομένου υλικού που σε πολλές περιπτώσεις φαίνεται να ξεπερνούν την ταχύτητα του φωτός. Στο παρατιθέμενο μοντέλο περιγράφεται πλήρως η κατάσταση αυτή και αποδεικνύεται, χωρίς να απαιτούνται ιδιαίτερες γνώσεις Αστροφυσικής και Σχετικότητας, ότι το γεγονός αυτό έχει να κάνει πρώτον με την τιμή της σχετικιστικής ταχύτητας με την οποία κινούνται τα σωματίδια του πλάσματος και δεύτερον με τη γωνία με την οποία αυτά εκτοξεύονται.

Εισαγωγή

Ως γνωστόν, μια από τις βασικές αρχές της Θεωρίας της Σχετικότητας είναι ότι η ταχύτητα του φωτός, c , είναι μια οριακή ταχύτητα εντός του χωρόχρονου και ως εκ τούτου δεν είναι δυνατόν ένα σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα μικρότερη από αυτήν να επιταχυνθεί μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα που να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός.

Ραδιογαλαξίες είναι συστήματα αστέρων τα οποία αποτελούν ισχυρές πηγές ραδιοκυμάτων. Η ενέργεια που εκπέμπουν στη ραδιοφωνική περιοχή του φάσματος, είναι πολύ μεγαλύτερη από εκείνη που εκπέμπει ένας συνηθισμένος γαλαξίας (πρβλ. [2]). Η ακτινοβολία αυτή οφείλεται, εκτός των άλλων, στην εκτόξευση πλάσματος¹ από το εσωτερικό τους. Οι πίδακες αυτοί υλικού, που στη διεθνή βιβλιογραφία φέρουν την ονομασία *Jet*, αποκτούν ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός. Στην περίπτωση

¹ Το πλάσμα είναι αέριο απαρτιζόμενο από νέφος ηλεκτρονίων, ιόντων, ουδετέρων ατόμων και φωτονίων, σε διαφορετικά κάθε φορά ποσοστά, αλλά στο σύνολό του ηλεκτρικώς ουδέτερο.

αυτή λέμε ότι τα σωματίδια του πλάσματος κινούνται με σχετικιστικές ταχύτητες

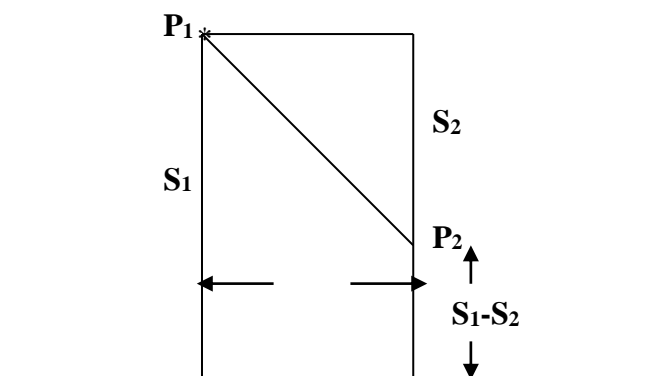
Εντούτοις, είναι αξιοπρόσεκτο το γεγονός ότι κατά την παρατήρηση των *Jets* έχουν καταμετρηθεί φαινομενικές ταχύτητες v_ϕ που υπερβαίνουν την ταχύτητα του φωτός ($v_\phi > c$). Για παράδειγμα, στον ραδιογαλαξία 3C120 βρέθηκε ότι μερικά τμήματα των *Jets* που εκτοξεύονται από το εσωτερικό του κινούνται με φαινόμενες ταχύτητες που πλησιάζουν το 4πλάσιο ή ακόμα και το 6πλάσιο της ταχύτητας του φωτός. Τίθεται επομένως το ερώτημα: Έχουμε εδώ μια παραβίαση της παραπάνω βασικής αρχής της Θεωρίας της Σχετικότητας και αν όχι πως ερμηνεύεται το γεγονός αυτό;

Ο Schröter, 2005, σε μια εργασία του στις εφαρμογές της Θεωρίας της Σχετικότητας στην Αστρονομία (πρβλ. [1]), παραθέτοντας τις βασικές ιδέες, διατυπώνει το συμπέρασμα ότι η καταμέτρηση τέτοιων ταχυτήτων σε σωματίδια που εκτοξεύονται από ραδιογαλαξίες αποτελεί συνδυασμό τόσο των ταχυτήτων των σωματιδίων αυτών, όσο και της σχετικής θέσης τους με τον παρατηρητή.

Στην μαθηματική επεξεργασία που ακολουθεί αναπτύσσουμε πλήρως και λεπτομερώς την κατάσταση που διέπει το φαινόμενο αυτό καταλήγοντας με σαφείς μαθηματικές διαδικασίες στο ίδιο συμπέρασμα.

Μαθηματική επεξεργασία

Ας υποθέσουμε ότι ο ραδιογαλαξίας βρίσκεται στο σημείο P_1 (βλ. Σχήμα 1). Τη στιγμή της εκτόξευσης του πλάσματος από το εσωτερικό του, εκπέμπεται από το P_1 ένα φωτεινό σήμα. Το σήμα αυτό διανύει μέχρι να φθάσει στο επίπεδο ΠΠ' (επίπεδο στο οποίο το αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής τα φωτεινά σήματα) απόσταση $S_1 = ct$. Τα σωματίδια του πλάσματος, κατά το ίδιο χρονικό διάστημα, κινούνται με μια σχετικιστική σχετική ταχύτητα $v = kc$, ($0 << k < 1$) ξεκινώντας από το σημείο P_1 και υπό γωνία x φθάνουν στο σημείο P_2 από όπου αποστέλλουν επίσης ένα φωτεινό σήμα.



$$x \quad vt$$

$$\Delta L$$

*

Π'

Π

Επίπεδο στο οποίο ο γήινος παρατηρητής αντιλαμβάνεται τα φωτεινά σήματα

Σχήμα 1: P_1 η αρχική θέση εκτόξευσης πλάσματος, P_1P_2 η διαδρομή των σωματιδίων του.

Το σήμα αυτό διανύει μέχρι να φθάσει στο επίπεδο ΠΠ' (επίπεδο στο οποίο το αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής τα φωτεινά σήματα) απόσταση $S_1 = ct$. Τα σωματίδια του πλάσματος, κατά το ίδιο χρονικό διάστημα, κινούνται με μια σχετικιστική σχετική ταχύτητα $v = kc$, ($0 \ll k < 1$) ξεκινώντας από το σημείο P_1 και υπό γωνία x φθάνουν στο σημείο P_2 από όπου αποστέλλουν επίσης ένα φωτεινό σήμα. Η διαφορά των διαδρομών των δύο φωτεινών σημάτων προς το επίπεδο του παρατηρητή είναι προφανώς $S_1 - S_2$, όπου $S_2 = vt \sin x = kct \sin x$. Ο παρατηρητής θα λάβει τα σήματα αυτά με διαφορά χρόνου $\Delta t = \frac{S_1 - S_2}{c}$. Η από τον παρατηρητή αντιλαμβανόμενη δια-

φορά μήκους ΔL (και άρα η από τον παρατηρητή αντιλαμβανόμενη απόσταση μεταξύ ραδιογαλαξία και Jet) είναι $\Delta L = (P_1P_2) \eta \mu x = vt \eta \mu x = kct \eta \mu x$. Ο παρατηρητής επομένως καταμετρά

μια φαινόμενη ταχύτητα $v_\phi = yc = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ με την οποία κινούνται τα σωματίδια του Jet.

Είναι όμως:

$$\Delta t = \frac{S_1 - S_2}{c} = \frac{ct - kct \sin x}{c} = t - kt \sin x$$

Άρα

$$v_\phi = yc = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{kct \eta \mu x}{t - kt \sin x} = c \frac{k \eta \mu x}{1 - k \sin x},$$

απ' όπου προκύπτει

$$y(x) = \frac{k \eta \mu x}{1 - k \sin x}, \quad k \in (0,1), \quad x \in (0, \pi).$$

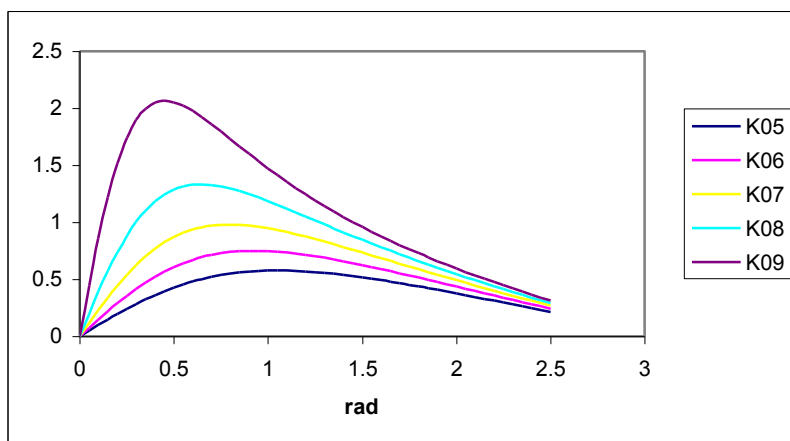
Ο συντελεστής y της φαινόμενης ταχύτητας v_ϕ με την οποία φαίνεται να κινούνται τα σωματίδια του *Jet* είναι μια συνάρτηση της γωνίας x και της παραμέτρου k , παράμετρος που περιγράφει την πραγματική τους ταχύτητα.

Η παράγωγος της συνάρτησης y είναι $y'(x) = \frac{k(\sigma v x - k)}{(1 - \sigma v x)^2}$, από την οποία

εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι η εν λόγω συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο όταν το x είναι τέτοιο ώστε $\sigma v x = k$, η δε μέγιστη τιμή της είναι

$y_{\max} = \frac{k\sqrt{1-k^2}}{1-k^2}$. Το y_{\max} κυμαίνεται, ανάλογα με την τιμή του k , και γί-

νεται ίσο ή μεγαλύτερο του 1 για $k \geq \sqrt{2}/2 \cong 0.707$. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y σε σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων για $k = 0.5, 0.6, \dots, 0.9$ (βλ. Σχήμα 2). Αυτό σημαίνει ότι για μεγάλες σχετικιστικές ταχύτητες πλάσματος που εκτοξεύονται από το εσωτερικό ενός ραδιογαλαξία (για παράδειγμα $k = 0.8, 0.9$) προκύπτουν τιμές $y > 1$, οι οποίες από τη σχέση $v_\phi = yc$ αντιστοιχούν σε ταχύτητες, που για το **γήινο παρατηρητή είναι φαινομενικά** μεγαλύτερες της ταχύτητας του φωτός.



Σχήμα 2: Γραφική παράσταση της συνάρτησης $y(x)$ για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου k . Γίνεται φανερό ότι για κάποιες τιμές της παραμέτρου αυτής ($k=0.8, 0.9, \dots$) η μέγιστη τιμή της συνάρτησης $y(x)$ υπερβαίνει το την τιμή 1.

Παρατήρηση: Από την παραπάνω γραφική παράσταση της συνάρτησης $y(x)$ προκύπτει ότι για συγκεκριμένη τιμή του k (π.χ. για $k=0.8$) υπάρχουν

πολλές γωνίες εκτόξευσης του πλάσματος για τις οποίες η τιμή του y υπερβαίνει την τιμή 1. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση που τα σωματίδια του πλάσματος κινούνται με ταχύτητα για παράδειγμα $0.8c$ (δηλαδή 80% της ταχύτητας του φωτός) υπάρχουν πολλές τιμές της γωνίας εκτόξευσης των σωματιδίων του πλάσματος για τις οποίες ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται φαινόμενες ταχύτητες σωματιδίων που υπερβαίνουν την ταχύτητα του φωτός.

Συμπέρασμα

Αν η ταχύτητα των σωματιδίων του πλάσματος υπερβαίνει το 70% της ταχύτητας του φωτός (χωρίς να την ξεπερνάει, $0.707 < k < 1$) και η γωνία εκτόξευσης x είναι κατάλληλη (π.χ. $\sin x = k$), τότε είναι δυνατόν στο επίπεδο του παρατηρητή να καταμετρηθεί ταχύτητα σωματιδίων του πλάσματος μεγαλύτερη της ταχύτητας του φωτός ($V_{\phi} > c$).

Η καταμέτρηση φαινόμενων ταχυτήτων μεγαλύτερων της ταχύτητας του φωτός προκύπτει, αφενός μεν λόγω των μεγάλων σχετικιστικών ταχυτήτων του πλάσματος (παράμετρος k), αφετέρου δε λόγω της σχετικής θέσης μεταξύ του παρατηρητή, του ραδιογαλαξία και του από αυτόν εκτοξευμένου *Jet* (γωνία x). Το αποτέλεσμα των μετρήσεων δηλαδή, δεν είναι ταυτόσημο με τις ταχύτητες των σωματιδίων που εμφανίζονται στο *Jet*. Η βασική αρχή, επομένως, ότι η ταχύτητα του φωτός είναι μια κυριολεκτικά οριακή ταχύτητα εντός του χωρόχρονου, παραμένει αναλλοίωτη.

Γενικές παρατηρήσεις

Το παρόν μοντέλο ικανοποιεί αρκετούς από τους όρους που πρέπει να πληρούν τα μαθηματικά πρότυπα:

Συγκεκριμένα:

1. Έχει το πλεονέκτημα να επιλύεται και με αναλυτικές και με αριθμητικές μεθόδους.
2. Παρουσιάζει καθαρό επιστημονικό ενδιαφέρον.
3. Είναι αρκετά απλό τόσο στην ανάπτυξή του όσο και στην επεξεργασία του.
4. Προωθεί τη διαθεματικότητα και ειδικότερα τη σύνδεση των Μαθηματικών με τις Φυσικές επιστήμες.
5. Επιτυγχάνεται μια αρμονική σύνδεση θεωρίας και πράξης.
6. Παρόλο που εκ πρώτης όψεως φαίνεται να αποτελεί πρόβλημα Αστροφυσικής κατά κύριο λόγο και Σχετικότητας κατά δεύτερο, εντούτοις απαιτεί ελάχιστες γνώσεις από τα δύο αυτά πεδία. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να είναι κατάλληλο για επεξεργασία τόσο από φοιτητές όσο και

από μαθητές της Γ' Λυκείου Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης. Στους τελευταίους θα μπορούσε να προσφερθεί σαν εφαρμογή της μελέτης συναρτήσεων.

7. Αναδεικνύει το γεγονός ότι και με τα λυκειακά Μαθηματικά μπορούν να αντιμετωπισθούν σημαντικά επιστημονικά θέματα.

Βιβλιογραφία

1. Schröter, U: "Spezielle Relativitätstheorie und Astronomie", *Astronomie und Raumfahrt, Ausgabe 1, p.6. Februar 2005, Friedrich Verlag.*
2. Δανέζης Εμ., Θεοδοσίου Ευστρ., *Το Σύμπαν που αγάπησα. Εισαγωγή στην Αστροφυσική, Τόμος Β' σ. 182, Εκδόσεις "Διάλογος".*

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Model dargestellt, das die offenbare gemessene Geschwindigkeit des Jets gibt. Mit dem Begriff "Jet" wird das Plasma bestimmt, das aus einer Radiogalaxie hinausgeht. In einigen Fällen scheint diese Geschwindigkeit höher als die Lichtgeschwindigkeit zu sein. Das Model beschreibt vollkommen diese Situation und beweist dass diese offenbare Geschwindigkeit eine Kombination der Stelle des irdischen Beobachters und der relativistischen Geschwindigkeit des Plasmas ist.